

# Confronto tra gruppi: quando le medie non dicono tutto.

**Massimiliano Pastore**  
**Massimo Nucci**

Dipartimento di Psicologia dello Sviluppo e della Socializzazione

Dipartimento di Psicologia Generale

Università di Padova

**XXIX CONGRESSO AIP:**  
**Sezione Sperimentale**  
20 Settembre 2023

# Outline

## 1 Introduzione

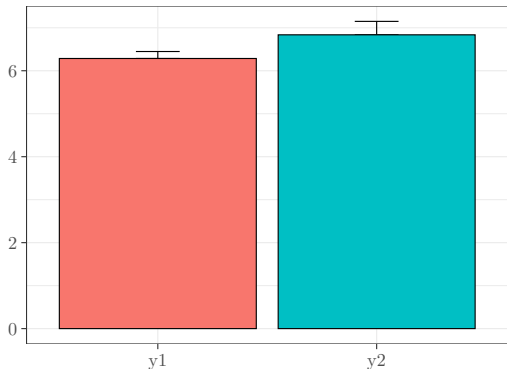
- Indice di Overlapping
- Permutation test

## 2 Simulazione Monte Carlo

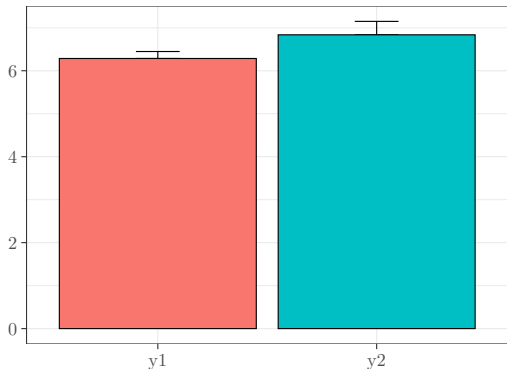
- Risultati

## 3 Conclusioni

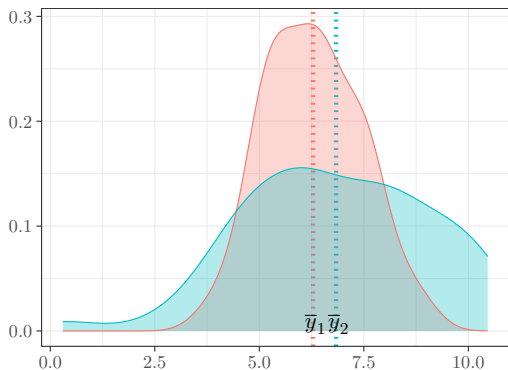
# Introduzione



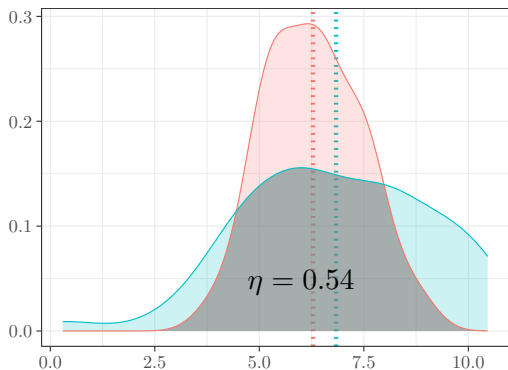
- Supponiamo di avere due gruppi di 50 soggetti ciascuno e di volerli confrontare su una certa variabile  $Y$
- Le medie dei gruppi sono  $\bar{y}_1 = 6.29$  (1.1) e  $\bar{y}_2 = 6.84$  (2.2)



- Supponiamo di avere due gruppi di 50 soggetti ciascuno e di volerli confrontare su una certa variabile  $Y$
- Le medie dei gruppi sono  $\bar{y}_1 = 6.29$  (1.1) e  $\bar{y}_2 = 6.84$  (2.2)
- Il  $t$ -test ci dà il seguente risultato:  $t_{(98)} = -1.6$ ;  $p = 0.1$



- Se osserviamo le distribuzioni di dati vediamo che in realtà sono abbastanza diverse.



- L'indice di overlapping ( $\eta \in [0, 1]$ ) misura il grado di sovrapposizione delle densità empiriche dei punteggi.
- L'indice non tiene conto solo della media ma anche di varianza e forma!

# Permutation test



# Applicazione all'indice di Overlapping

- Per semplicità lavoriamo sul complemento ad uno dell'indice:

$$1 - \eta = \zeta$$

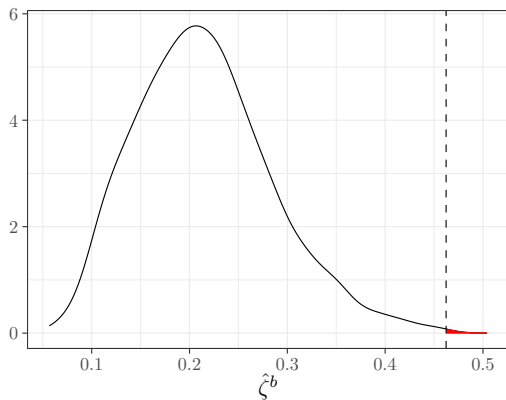
- In questo modo l'ipotesi nulla sarà

$$H_0 : \zeta = 0$$

# Algoritmo

- 1 Si stima  $\zeta$  sui dati osservati:  $\hat{\zeta}$
- 2 Si assegnano a caso i valori osservati nei due gruppi per  $B$  volte, stimando ogni volta il relativo valore  $\hat{\zeta}_b$
- 3 Si calcola il numero di volte per cui la stima sui dati permutati è maggiore di quella osservata:  $\#(\hat{\zeta}_b > \hat{\zeta})$
- 4 Si divide tale valore per  $B$

# Risultato



- $\hat{\zeta} = 1 - \hat{\eta} = 1 - 0.54 = 0.46$
- $Pr(\hat{\zeta}_b > \hat{\zeta}) < .001$

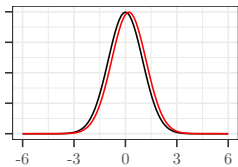
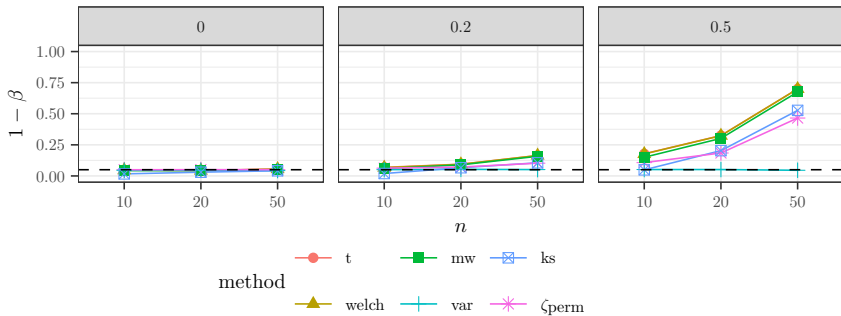
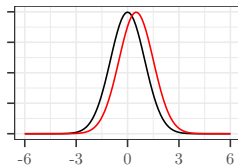
# Simulazione Monte Carlo

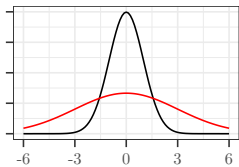
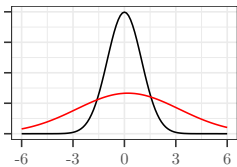
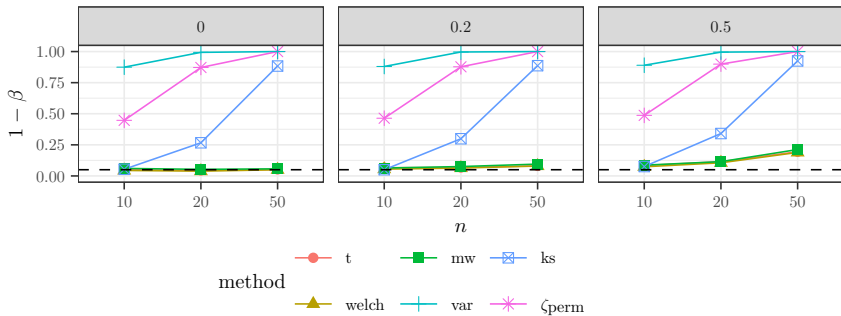
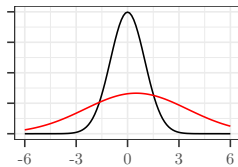
Abbiamo simulato due gruppi di osservazioni indipendenti, il primo dei quali campionato da una  $\mathcal{N}(0, 1)$ , ed il secondo da una  $SN(\xi, \omega, \alpha)$ , e manipolato i seguenti fattori:

- Sample size:  $n = 10, 20, 50$
- Media del secondo gruppo:  $\mu_2 = 0, 0.2, 0.5$
- Deviazione standard del secondo gruppo:  $\sigma_2 = 1, 2, 3$
- Asimmetria del secondo gruppo:  $0, -2, -10$

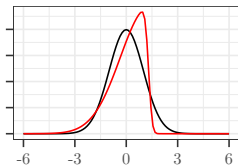
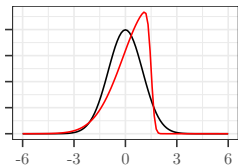
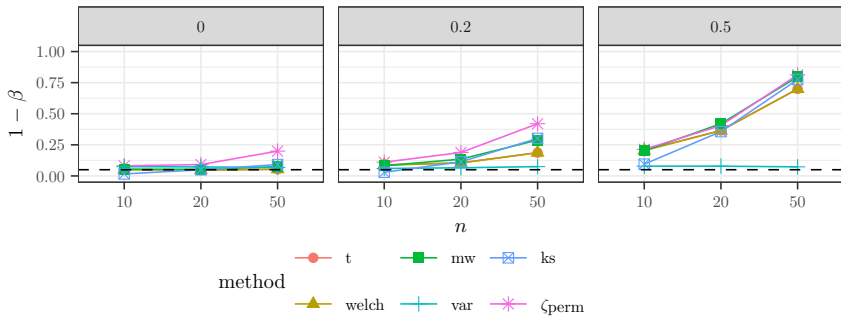
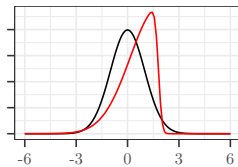
Per ciascuna delle  $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$  condizioni abbiamo generato 2000 coppie di campioni sui quali abbiamo effettuato: 1) un test di permutazione sull'overlapping, 2) un  $t$ -test, 3) un Welch-test, 4) un test di Mann-Whitney, 5) un test di Kolmogorov-Smirnov, 6) un test di omogeneità delle varianze.

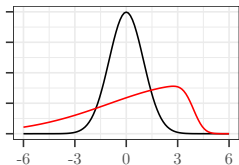
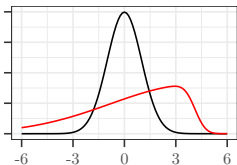
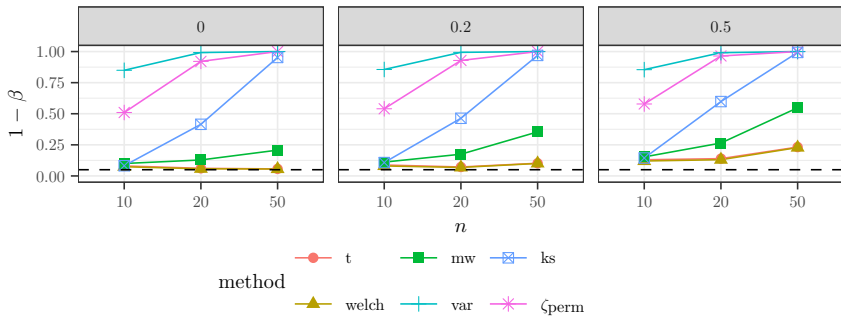
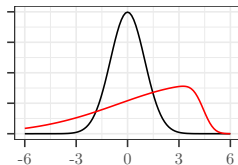
# Risultati

$\mathcal{SN}(0, 1, 0)$  $\mathcal{SN}(0.2, 1, 0)$  $\mathcal{SN}(0.5, 1, 0)$ 

$\mathcal{SN}(0, 3, 0)$  $\mathcal{SN}(0.2, 3, 0)$  $\mathcal{SN}(0.5, 3, 0)$ 



$\mathcal{SN}(0, 1, -10)$  $\mathcal{SN}(0.2, 1, -10)$  $\mathcal{SN}(0.5, 1, -10)$ 

$\mathcal{SN}(0, 3, -10)$  $\mathcal{SN}(0.2, 3, -10)$  $\mathcal{SN}(0.5, 3, -10)$ 

# Conclusioni

# Conclusioni

- La differenza tra le medie non sempre è informativa; lo è solo sotto condizioni particolari.
- In molti casi è più utile avere informazioni su medie, varianze e forma delle distribuzioni.
- L'indice  $\eta$  (o il suo complemento  $\zeta$ ) può essere estremamente utile per quantificare questi aspetti con un unico indicatore.

## References

Pastore, M., Calcagni, A. (2019). Measuring Distribution Similarities Between Samples: A Distribution-Free Overlapping Index. *Frontiers in Psychology*, 10, 1089.

Pesarin, F. (2001). *Multivariate Permutation Tests: with Applications in Biostatistics*. Chichester-New York: John Wiley & Sons.



massimiliano.pastore@unipd.it  
<https://psicostat.dpss.psy.unipd.it/>

