
Analisi distribuzionali dell'effetto di attivazione automatica dei fatti aritmetici.

Giovanni Galfano e Massimiliano Pastore

Dipartimento di Psicologia dello Sviluppo e della Socializzazione, Università di Padova, via Venezia, 8, I-35100 Padova, Italy.

1 Introduzione

Gli esseri umani adulti sembrano possedere un lessico di memoria a lungo termine contenente i cosiddetti fatti aritmetici, associazioni tra operandi rappresentati da numeri a una cifra ed i risultati delle operazioni aritmetiche ad essi collegate (es., tabelline). Una delle evidenze comportamentali più convincenti circa l'esistenza di tale lessico deriva dall'osservazione di fenomeni che possono essere spiegati unicamente assumendo la presenza di processi associativi che determinano un accesso involontario alle conoscenze aritmetiche. Nel presente capitolo, esamineremo in dettaglio uno di tali fenomeni, l'effetto di attivazione automatica dei fatti aritmetici, utilizzando le cosiddette analisi distribuzionali dei tempi di reazione (TR). L'obiettivo di questa indagine è chiarire alcune delle caratteristiche del fenomeno non ancora esaminate in letteratura. Nei paragrafi successivi, illustreremo il fenomeno oggetto di indagine congiuntamente al paradigma sperimentale atto alla sua osservazione e le caratteristiche degli strumenti statistici che abbiamo impiegato. In seguito esamineremo i risultati dell'esperimento che è stato condotto mettendo opportunamente in evidenza in che modo la metodologia delle analisi distribuzionali permetta di ottenere importanti informazioni circa la natura del fenomeno che vengono normalmente perse con l'uso delle procedure statistiche tradizionali. In particolare, faremo riferimento a quelle tecniche che sono state utilizzate con successo per studiare fenomeni che dimostrano come l'informazione irrilevante possa influenzare in maniera decisiva la prestazione durante lo svolgimento di un compito (es., effetto Simon, effetto Stroop).

2 L'effetto di attivazione automatica dei fatti aritmetici

L'effetto di attivazione automatica dei fatti aritmetici, che nel presente capitolo verrà trattato in riferimento alle sole moltiplicazioni, è stato osservato per la prima volta da LeFevre, Bisanz, e Mrkonjic (1988) per le addizioni. Gli autori hanno utilizzato un paradigma di confronto numerico, che consisteva nel presentare ai soggetti degli stimoli in rapida sequenza, ognuno costituito da una *cue* (una coppia di numeri allineati sul meridiano orizzontale) seguito da un bersaglio (un numero singolo) dopo un breve intervallo di tempo. Il compito dei soggetti consisteva nel decidere il più rapidamente possibile se il numero bersaglio era uno dei numeri presentati nel *cue*, sapendo che ciò avveniva solamente in metà delle prove. La corretta esecuzione di tale compito non richiede alcuna conoscenza aritmetica. LeFevre et al. (1988) hanno osservato che i TR necessari per rispondere che il bersaglio non era stato presentato all'interno del *cue* (condizione di non corrispondenza) erano significativamente più alti quando questo era la somma dei numeri nella coppia *cue* (es., 3 6 seguito da 9), rispetto a quando il bersaglio era aritmeticamente non relato o neutro rispetto al *cue* (es., 3 6 seguito da 4). Thibodeau, LeFevre e Bisanz (1996) hanno successivamente riportato un effetto simile impiegando come bersaglio stimoli che erano il prodotto dei numeri nella coppia *cue* invece della somma (es., 4 8 seguito da 32 rispetto a 4 8 seguito da 26). La natura fortemente

associativa del lessico dei fatti aritmetici moltiplicativi è stata dimostrata da Galfano, Rusconi e Umiltà (2003), i quali hanno osservato come l'effetto di attivazione possa essere provocato non solo dal prodotto ma anche da parte dai multipli ad esso più vicini all'interno delle tabelline. Inoltre tale fenomeno, almeno in riferimento ai fatti moltiplicativi, sembra essere genuinamente automatico in quanto soddisfa i criteri di automaticità della resistenza alla soppressione (si osserva nonostante sia irrilevante ai fini del compito) e della insensibilità al carico cognitivo (non è modulato dall'esecuzione di un compito concomitante; Rusconi, Galfano, Speriani e Umiltà, 2004). Recentemente, questo effetto è stato utilizzato con successo anche come strumento per indagare le conoscenze implicite in pazienti con deficit cognitivi (es., Rusconi, Priftis, Rusconi e Umiltà, 2006; Zamarian, Stadelmann, Nrk, Gamboz, Marksteiner e Delazer, 2007).

La spiegazione maggiormente accreditata dell'effetto di attivazione automatica dei fatti aritmetici fa esplicito riferimento ai modelli che descrivono il lessico aritmetico come una rete associativa (es., Ashcraft, 1992), nella quale i numeri sono rappresentati come nodi e le operazioni aritmetiche come i legami associativi che li collegano. La presentazione della coppia *cue* nel paradigma di confronto numerico produrrebbe una attivazione dei nodi corrispondenti nella rete del lessico aritmetico. Da qui, in maniera non dissimile a quanto è stato ipotizzato per il lessico delle parole (es., Collins e Loftus, 1975), l'attivazione si diffonderebbe ai nodi relati facenti parte della stessa rete associativa e corrispondenti, per esempio, al prodotto. Sarebbe proprio questa attivazione a determinare interferenza con l'esecuzione del compito di confronto numerico. Infatti, quando il bersaglio risulta corrispondere ad un nodo fortemente attivato (per es., il prodotto dei numeri della coppia *cue*) a causa dei legami associativi con i numeri della coppia, il soggetto prima di poter fornire una risposta, è costretto ad effettuare una elaborazione ulteriore che non è richiesta quando il bersaglio è aritmeticamente non relato ai numeri della coppia. Evidenze a supporto di questa spiegazione del fenomeno vengono da studi condotti in ambito psicofisiologico, che hanno dimostrato la plausibilità della diffusione dell'attivazione come meccanismo di funzionamento generale all'interno del lessico aritmetico (Galfano, Mazza, Angrilli e Umiltà, 2004; Galfano, Penolazzi, Vervaeck, Angrilli e Umiltà, 2007). E' importante rilevare, tuttavia, che l'effetto di attivazione automatica dei fatti aritmetici si manifesta nella prestazione come un effetto di interferenza simile all'effetto Stroop, in quanto le conoscenze aritmetiche, assolutamente irrilevanti ai fini del compito di confronto numerico, si attivano automaticamente e danneggiano la prestazione. Alla luce di questa considerazione, abbiamo deciso di fare ricorso a strumenti già utilizzati con successo per lo studio di effetti di interferenza molto noti in letteratura come l'effetto Stroop (es., Heathcote, Popiel e Mewhort, 1991) e l'effetto Simon (es., Rubichi, Nicoletti, Iani e Umiltà, 1997), con l'obiettivo di cercare possibili analogie tra l'effetto oggetto della presente indagine e questi fenomeni. Nel paragrafo che segue illustreremo brevemente le analisi distribuzionali dei TR e la loro rilevanza teorica e metodologica.

3 Analisi distribuzionali dei TR

Le analisi distribuzionali dei TR si sono rivelate un potente strumento di indagine nell'ambito della più recente cronometria mentale applicata allo studio delle funzioni cognitive (es., Mapelli, Rusconi e Umiltà, 2003; Gottlob, 2004; Ansorge, Horstmann e Carbone, 2005). Nel presente contributo, abbiamo considerato due tipologie diverse di questi strumenti, l'analisi dei quantili (*bin analysis*; Ratcliff, 1979) e l'analisi dei parametri dalla funzione ex-Gaussiana (es., Ratcliff e Murdock, 1976). L'analisi dei quantili consiste nella suddivisione dei TR di ogni soggetto per ogni cella del disegno sperimentale in un certo numero di intervalli o bin. Per esempio, scegliendo di utilizzare i quintili, si ottengono cinque bin contenenti ciascuno circa il 20% delle osservazioni, ordinate in senso crescente (si veda Ratcliff, 1979). Successivamente viene calcolata la media di ogni bin e le analisi vengono effettuate su tali medie.

L'analisi dei quantili è stata impiegata soprattutto per lo studio dell'effetto Simon, caratterizzato dall'osservazione che la prestazione in compiti di scelta basati su attributi non spaziali (es., discriminazione di colore) è migliore quando la posizione di uno stimolo bersaglio (irrilevante ai fini del compito) è spazialmente corrispondente alla posizione del tasto appropriato per la risposta rispetto a quando non c'è corrispondenza spaziale. De Jong, Liang e Lauber (1994) hanno

dimostrato la natura transiente del processo di attivazione automatica della risposta spazialmente corrispondente allo stimolo bersaglio, osservando che l'effetto Simon diminuisce progressivamente all'aumentare del valore del quantile. Questo andamento temporale è stato interpretato come evidenza del fatto che l'attivazione del codice spaziale decade spontaneamente nel tempo o viene inibita attivamente in quanto irrilevante ai fini del compito. Nel paragrafo successivo testeremo se un simile andamento temporale sia riscontrabile nell'effetto di attivazione automatica dei fatti aritmetici.

Il secondo tipo di analisi fa riferimento alla distribuzione ex-Gaussiana, ritenuta un buon modello per l'approssimazione dei TR (si veda ad esempio Heathcote et al., 1991). Utilizzando le proprietà della ex-Gaussiana, è possibile scomporre la distribuzione dei dati individuando una componente normale (identificata dai parametri μ e σ), ed una componente esponenziale (definita dal parametro τ). Questo permette di effettuare i confronti tra le condizioni rilevanti del disegno sperimentale separatamente per i vari parametri. È stato ampiamente dimostrato che questi parametri sono in grado di rilevare effetti che non emergono con le analisi tradizionali (per una rassegna si veda Sessa, 2005). In particolare, sembra che gli effetti di alcune manipolazioni sperimentali in paradigmi cognitivi possano essere visibili selettivamente sulla porzione finale della distribuzione dei TR (indicizzata da τ), mentre altri solo sulla componente normale (rappresentata da μ). Nel paragrafo successivo testeremo se l'interferenza indotta dall'attivazione dei fatti moltiplicativi sia osservabile su entrambi i parametri della funzione ex-Gaussiana oppure selettivamente su uno di questi.

4 Esperimento

Hanno partecipato all'esperimento 24 studenti dell'Università di Padova (10 maschi) con età media pari a 23.6 anni. L'apparato sperimentale, gli stimoli e la procedura sono descritti nello studio di Galfano et al. (2004), cui rimandiamo il lettore per una trattazione estesa. Compito dei soggetti era decidere, premendo il più velocemente possibile uno tra due tasti di risposta, se il bersaglio era o meno uno dei numeri della coppia *cue*. Come anticipato sopra, l'esperimento era volto ad esaminare l'attivazione dei fatti aritmetici nella moltiplicazione in quanto, tra le quattro operazioni, sembra essere quella maggiormente legata a meccanismi di soluzione basati sul recupero mnestico (Galfano et al., 2003).

Il bersaglio corrispondeva ad uno dei numeri presentati nella coppia del *cue* solo in metà delle prove. Le analisi sono state condotte solamente sulle prove in cui non c'era corrispondenza fra bersaglio e numeri della coppia *cue*. In particolare sono state analizzate le sole prove in cui il bersaglio era il prodotto dei numeri della coppia *cue* (17% delle prove totali) oppure aritmeticamente neutro rispetto ad essi (17% delle prove totali), ovvero le due condizioni necessarie per testare la presenza dell'interferenza indotta dall'attivazione automatica dei fatti moltiplicativi.

Se la natura di tale interferenza fosse simile a quella osservata in fenomeni come l'effetto Simon, allora l'analisi sui quantili dovrebbe evidenziare un andamento simile, con una graduale scomparsa del fenomeno (ed una sua possibile inversione) all'aumentare del valore dei bin.

Per quanto riguarda le analisi relative ai parametri della funzione ex-Gaussiana, ci si potrebbe attendere evidenza dell'effetto interferenza su uno solo dei due indici. Nella discussione vedremo tuttavia come l'interpretazione dei risultati di tali analisi è tuttavia meno immediata rispetto ai risultati della analisi dei quantili.

5 Risultati

Le analisi sono state condotte sui TR per le sole risposte corrette. Sono state dapprima confrontate le medie dei TR osservati nelle condizioni prodotto e neutro con un Test *t*, risultato statisticamente significativo, $t(23) = 7.19$, $p < 0.001$, $\omega^2 = 0.51$, ad indicare la presenza di un effetto di interferenza (si veda la Tabella 1).

Per quanto riguarda la analisi dei quantili, abbiamo deciso di usare i quintili, tipicamente utilizzati nello studio dell'effetto Simon. Sono state messe a confronto le medie ottenute in ciascun bin (si

Tipo	TR		μ		τ	
	Medie	Dev. st.	Medie	Dev. st.	Medie	Dev. st.
prod.	664.71	134.02	531.22	83.16	133.49	71.07
neutro	639.46	125.99	530.38	74.82	109.08	63.81

Tabella 1. Statistiche descrittive relative ai TR osservati e alle stime dei parametri della distribuzione ex-Gaussiana.

veda la Figura 1), separatamente per Tipo di bersaglio ottenendo una ANOVA a due vie, i cui esiti sono riportati in Tabella 2.

Sorgente	SS	gl	MS	F	P	ω^2 parziale
bin	3415311.47	1	3415311.47	94.240	< 0.001	0.66
residuo	833529.90	23	36240.43			
tipo	37169.33	1	37169.33	47.253	< 0.001	0.49
residuo	18091.88	23	786.60			
bin*tipo	21823.89	4	5455.97	8.480	< 0.001	0.13
residuo	59192.29	92	643.39			

Tabella 2. Analisi della varianza sulle medie relative ai quintili.

Sono stati poi effettuati 5 confronti a coppie tra le condizioni prodotto e neutro per testare l'effetto interferenza nei diversi bin. Le probabilità ottenute sono state aggiustate con il metodo Benjamini-Hochberg (1995; si veda anche Pastore, Nucci e Galfano, 2005). Come si può osservare in Figura 1, l'interferenza indotta dall'attivazione dei fatti aritmetici è risultata significativa in tutti i bin ad eccezione del primo.

Infine, abbiamo confrontato le medie delle condizioni prodotto e neutro separatamente per i parametri μ e τ della ex-Gaussiana. Tali parametri, sono stati stimati utilizzando GAMLSS (General Additive Models for Location, Scale and Shape; Stasinopoulos, Rigby e Akantziliotou, 2007), un pacchetto aggiuntivo di R (R Development Core Team, 2006). In sostanza, sono stati analizzati i TR relativi ad ogni condizione separatamente per ciascun soggetto, ottenendo così 24 stime di μ e τ per la condizione prodotto e 24 stime per la condizione neutro. In Tabella 1 sono riportate le medie ottenute con le relative deviazioni standard. Il test relativo al parametro μ non è risultato significativo, $t(23) = 0.17$, $p = 0.87$, $\omega^2 = -0.02$, mentre quello relativo al parametro τ sì, $t(23) = 4.02$, $p < 0.001$, $\omega^2 = 0.24$, ad indicare un effetto interferenza solo in questo ultimo parametro.

6 Conclusioni

I risultati esposti confermano l'utilità delle analisi distribuzionali dei TR nello studio delle funzioni cognitive. Nel contesto affrontato in questa sede, le analisi distribuzionali hanno fatto rilevare due aspetti importanti dell'effetto di attivazione automatica dei fatti aritmetici mai evidenziati in precedenza e che non erano osservabili con le analisi statistiche tradizionali.

L'analisi dei quantili ha mostrato che l'interferenza non è riscontrabile nella parte più a sinistra della distribuzione (il primo bin), ma emerge solo a partire dal secondo bin. Inoltre, l'interferenza si mantiene significativa anche ai bin più alti. Osservando la Figura 1 possiamo notare come, almeno numericamente, l'interferenza aritmetica sembri addirittura aumentare in modo esponenziale all'aumentare del valore del bin (si confronti la pendenza delle funzioni ai bin intermedi con la pendenza per l'ultimo bin). In sostanza, l'analisi dei quantili mostra un andamento chiaramente opposto a quello generalmente osservato per l'effetto Simon (es., De Jong et al., 1994; Rubichi et al., 1997).

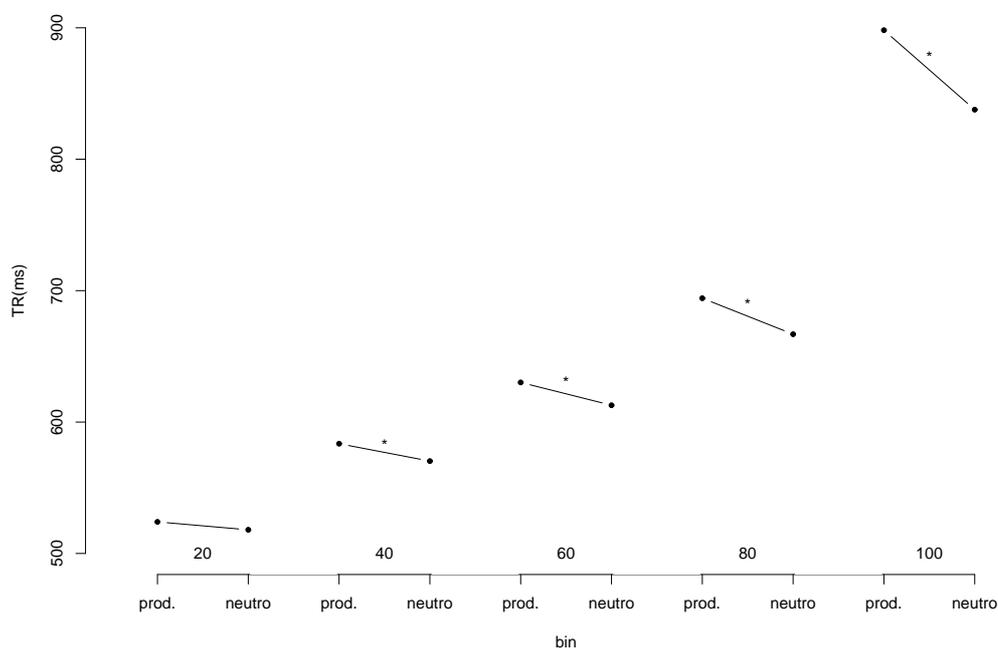


Figura 1. Medie dei TR per le condizioni prodotto e neutro in funzione dei quintili. Gli asterischi indicano un effetto di interferenza statisticamente significativo.

Questa osservazione, se confortata da ricerche future, potrebbe indicare come l'interferenza nei due fenomeni possa riflettere il coinvolgimento di stadi di elaborazione almeno parzialmente diversi (si vedano anche Mapelli et al., 2003, per una logica simile applicata al confronto fra effetto Simon ed effetto SNARC).

L'analisi dei parametri della distribuzione ex-Gaussiana ha fatto rilevare come l'effetto interferenza indotto dall'attivazione dei fatti aritmetici sia presente selettivamente su τ , l'indice che rappresenta la componente esponenziale della distribuzione. Questo dato è in perfetto accordo con gli esiti dell'analisi sui quantili, e conferma come l'interferenza aritmetica sia un fenomeno che si manifesta soprattutto nei TR elevati (quindi nei bin relativi alla parte più a destra della distribuzione dei TR). Alcune ricerche condotte sull'effetto Stroop (es., Spieler, Balota, e Faust, 1996) hanno proposto che un effetto selettivo a carico di τ possa riflettere uno stadio di elaborazione centrale, in quanto decrementi nell'efficienza dei meccanismi inibitori (tipici dell'invecchiamento e di alcune forme di demenza) sono rispecchiati in un aumento selettivo a carico di questo parametro. Se così fosse, un tale incremento dovrebbe essere osservabile anche per l'interferenza aritmetica in soggetti in età avanzata o in pazienti con demenza. Ci proponiamo di testare questa ipotesi in una ricerca futura. Nell'ambito dell'aritmetica cognitiva, la metodologia dell'analisi basata sui parametri della distribuzione ex-Gaussiana è stata applicata recentemente da Campbell e Penner-Wilger (2006). Gli autori di questo studio hanno tuttavia utilizzato paradigmi sperimentali molto diversi da quello del confronto numerico, il che rende difficile tracciare dei paralleli precisi. Infatti, Campbell e Penner-Wilger (2006) hanno usato compiti nei quali ai soggetti veniva esplicitamente richiesto di risolvere operazioni che variavano nella grandezza del risultato. Questi autori hanno proposto che μ e τ potrebbero riflettere strategie diverse di soluzione (es, recupero mnemonico vs. conteggio), sulla base di dissociazioni osservate circa la risposta dei due indici a variabili legate alla grandezza del problema. Uno sviluppo utile per favorire un collegamento più preciso dei risultati ottenuti in questi studi con quelli emersi nell'esperimento illustrato nel presente capitolo potrebbe riguardare l'applicazione delle analisi distribuzionali a fenomeni di interferenza aritmetica che emergono

in compiti nei quali l'uso delle conoscenze aritmetiche è richiesto dal compito, come l'Effetto di Confusione Associativa (Winkelman e Schmidt, 1974).

In conclusione, l'applicazione delle analisi distribuzionali ha messo in luce aspetti dell'interferenza indotta dall'attivazione dei fatti aritmetici precedentemente inesplorati, offrendo interessanti spunti per nuove ricerche nell'ambito dell'aritmetica cognitiva e dell'elaborazione involontaria dell'informazione irrilevante.

Riferimenti bibliografici

- Ansorge, U., Horstmann, G., Carbone, E. (2005). Top-down contingent capture by color: Evidence from RT distribution analyses in a manual choice reaction task. *Acta Psychologica*, 120, 243-266.
- Ashcraft, M. H. (1992). Cognitive arithmetic: A review of data and theory. *Cognition*, 44, 75-106.
- Benjamini, Y., Hochberg, Y. (1995). Controlling the False Discovery Rate: A practical and powerful approach to multiple testing. *Journal of the Royal Statistical Society B*, 57, 289-300.
- Campbell, J. I. D., Penner-Wilger, M. (2006). Calculation latency: The of memory and the t of transformation. *Memory and Cognition*, 34, 217-226.
- Collins, A. M., Loftus, E. F. (1975). A spreading activation theory of semantic processing. *Psychological Review*, 82, 407-428.
- De Jong, R., Liang, C.-C., Lauber, E. (1994). Conditional and unconditional automaticity: A dual-process model of effects of spatial stimulus-correspondence. *Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance*, 20, 731-750.
- Galfano, G., Rusconi, E., Umiltà, C. (2003). Automatic activation of multiplication facts: Evidence from the nodes adjacent to the product. *Quarterly Journal of Experimental Psychology*, 56A, 31-61.
- Galfano, G., Mazza, V., Angrilli, A., Umiltà, C. (2004). Electrophysiological correlates of stimulus-driven multiplication facts retrieval. *Neuropsychologia*, 42, 1370-1382.
- Galfano, G., Penolazzi, B., Vervaeck, I., Angrilli, A., Umiltà, C. (2007). *Correlati elettrofisiologici dell'attivazione automatica dei fatti aritmetici nel prodotto e nei multipli*. Poster presentato al Congresso nazionale dell'Associazione Italiana di Psicologia, Sezione di Psicologia Sperimentale, Como.
- Gottlob, L. R. (2004). Location cuing and response time distributions in visual attention. *Perception and Psychophysics*, 66, 1293-1302.
- Heathcote, A., Popiel, S. J., Mewhort, D. J. K. (1991). Analysis of response time distributions: An example using the Stroop task. *Psychological Bulletin*, 109, 340-347.
- LeFevre, J.-A., Bisanz, J., Mrkonjic, L. (1988). Cognitive arithmetic: Evidence for obligatory activation of arithmetic facts. *Memory and Cognition*, 16, 45-53.
- Mapelli, D., Rusconi, E., Umiltà, C. (2003). The SNARC effect: An instance of the Simon effect? *Cognition*, 88, B1-B10.
- Pastore, M., Nucci, M., Galfano, G. (2005). False Discovery Rate: Applicazione di un metodo alternativo per i confronti multipli con misure ripetute. *Giornale Italiano di Psicologia*, 32, 639-651.
- R Development Core Team (2006). *R: A language and environment for statistical computing*. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. <http://www.R-project.org>.
- Ratcliff, R. (1979). Group reaction time distributions and an analysis of distribution statistics. *Psychological Bulletin*, 86, 446-461.
- Ratcliff, R., Murdock, B. B. (1976). Retrieval processes in recognition memory. *Psychological Review*, 86, 190-214.
- Rubichi, S., Nicoletti, R., Iani, C., Umiltà, C. (1997). The Simon effect occurs relative to the direction of an attention shift. *Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance*, 23, 1353-1364.
- Rusconi, E., Galfano, G., Speriani, V., Umiltà, C. (2004). Capacity and contextual constraints on product activation: Evidence form task-irrelevant fact retrieval. *Quarterly Journal of Experimental Psychology*, 57A, 1485-1511.
- Rusconi, E., Priftis, K., Rusconi, M. L., Umiltà, C. (2006). Arithmetic priming from neglected numbers. *Cognitive Neuropsychology*, 23, 227-239.
- Sessa, P. (2005). Analisi distribuzionali dei tempi di reazione: Uno strumento avanzato per la valutazione dei modelli cognitivi. *Giornale Italiano di Psicologia*, 32, 555-573.
- Spieler, D. H., Balota, D. A., Faust, M. E. (1996). Stroop performance in healthy younger and older adults and in individuals with dementia of the Alzheimer's type. *Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance*, 22, 461-479.

- Stasinopoulos, M., Rigby, B., Akantziliotou, C. (2007). *gamlss: Generalized Additive Models for Location Scale and Shape*. R package version 1.6-0. <http://www.londonmet.ac.uk/gamlss/>
- Thibodeau, M. H., LeFevre, J.-A., Bisanz, J. (1996). The extension of the interference effect to multiplication. *Canadian Journal of Experimental Psychology*, 50, 393-396.
- Winkelman, J. H., Schmidt, J. (1974). Associative confusions in mental arithmetic. *Journal of Experimental Psychology*, 102, 734-736.
- Zamarian, L., Stadelmann, E., Nrk, H.-C., Gamboz, N., Marksteiner, J., Delazer, M. (2007). Effects of age and mild cognitive impairment on direct and indirect access to arithmetic knowledge. *Neuropsychologia*, 45, 1511-1521.